8 Fonctions de référence

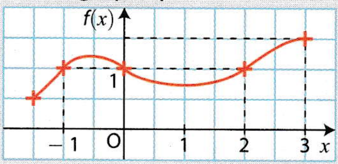
FICHE 55 Bien démarrer

- À un nombre x, une fonction f associe un nombre **et un seul** que l'on note $f(x)$ (lire « f de x »).

$f(a) = b$

a est un antécédent de b — b est l'image de a

- On peut définir une fonction à l'aide :
  - d'un graphique



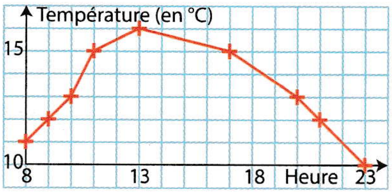
  - d'un tableau

x	0	1	3	5
$f(x)$	1	0,5	2	4

  - d'une expression littérale
    Pour tout nombre x,
    $f(x) = x^2 - 1$.

1 Comprendre un graphique

On a noté la température pendant une partie de la journée puis on a tracé ce graphique.



a. Compléter : ce graphique définit une fonction T qui à une heure .... associe une température..................

b. Lire : • T(11) : 15..   • l'image de 20 par T : 13..

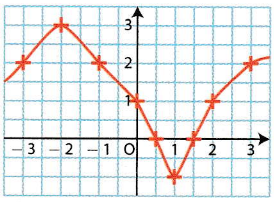
Interpréter ces résultats pour la situation.

Température à 11 h : 15 °C, et à 20 h : 13 °C.........

c. Lire les antécédents de 13 par T : 10 et 20.......

2 Lire des images ou des antécédents

Ce graphique définit une fonction f. Lire :



a. $f(2)$: 1..

b. l'image de 3 : 2

c. l'antécédent de -1 : 1..

d. les antécédents de 1 : 0 et 2..

e. les nombres x tels que $f(x) = 2$: -3, -1 et 3

3 Lire un tableau

g est la fonction définie par ce tableau.

x	-3	-2	-1	2	5	10
$g(x)$	10	5	2	-2	10	12

a. Donner l'image par g de :

• 2 : -2..   • -2 : 5.....   • 5 : 10...

b. Donner l'(ou les) antécédent(s) par g de :

• 2 : -1........   • 5 : -2........   • 10 : -3 et 5..

4 Calculer des images ou des antécédents

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 7$.

Calculer mentalement : **a.** l'image de 6 par f : 13

b. l'antécédent de 8 par f : 1..   **c.** $f(-40)$: -33

d. le nombre x tel que $f(x) = 1$: -6

5 Utiliser une expression littérale

La hauteur, en m, à laquelle se trouve un homme-canon, t secondes après sa sortie du canon, est donnée par la formule : $h(t) = -4{,}9t^2 + 15{,}6t + 4$.

a. Calculer la hauteur à laquelle se trouve l'homme-canon au bout de 2 s.

b. Calculer $h(3)$.

c. Au bout de 3 s l'homme-canon est-il en phase de montée ou en phase de descente ?

a. $h(2) = -4{,}9 \times 2^2 + 15{,}6 \times 2 + 4$
$h(2) = -4{,}9 \times 4 + 31{,}2 + 4 = 15{,}6$
L'homme-canon est à 15,6 m de hauteur.
b. $h(3) = -4{,}9 \times 3^2 + 15{,}6 \times 3 + 4$
$h(3) = -4{,}9 \times 9 + 46{,}8 + 4 = 6{,}7$
c. 6,7 m < 15,6 m donc au bout de 3 s l'homme-canon est en phase de descente.

6 Exprimer en fonction de ...

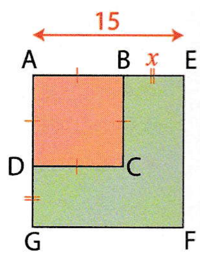
Cette figure est composée de deux carrés ABCD et AEFG avec A, B, E alignés ainsi que A, D, G.

x est un nombre tel que $0 < x < 15$.

Exprimer en fonction de x :

a. l'aire $\mathscr{A}(x)$ du carré rouge ;

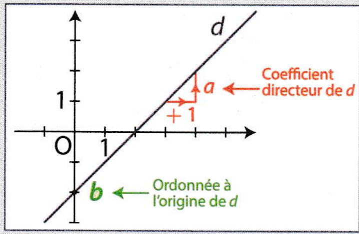
b. l'aire $\mathscr{B}(x)$ de la zone verte.



a. $\mathscr{A}(x) = (15 - x)^2$
b. $\mathscr{B}(x) = 15^2 - (15 - x)^2 = 225 - (15 - x)^2$

FICHE 56 Vocabulaire des fonctions

- I est un intervalle ou une réunion d'intervalles.
  f est une fonction qui à chaque nombre x de I associe son image $f(x)$; elle peut être notée $x \mapsto f(x)$ (lire « à x on associe $f(x)$ » et on dit que I est son **ensemble de définition**.
- Une **fonction affine** est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux nombres réels donnés.
  Dans un repère, sa représentation graphique est une droite.
  - Lorsque $b = 0$, on dit que f est une fonction linéaire : $x \mapsto ax$.
  - Lorsque $a = 0$, on dit que f est une fonction constante : $x \mapsto b$.



Deux calculs

- $A(x) = 7x - 5 + 3x$. Calculer A(3,14).

$A(x) = 10x - 5$ et $A(3{,}14) = 10 \times 3{,}14 - 5 = 26{,}4$

- Résoudre l'équation $0{,}08x = 0{,}07x + 2{,}3$.

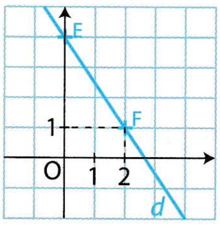
$0{,}08x - 0{,}07x = 2{,}3$ soit $0{,}01x = 2{,}3$ et $x = \frac{2{,}3}{0{,}01} = 230$

★

1 f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 8$.
Calculer :
a. l'image de 10 par f ; **b.** l'antécédent de 7 par f.

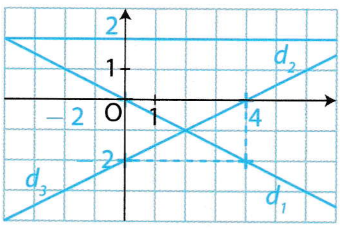
a. $f(10) = 5 \times 10 - 8 = 42$.
L'image de 10 par f est 42.
b. On résout l'équation $f(x) = 7$ c'est-à-dire $5x - 8 = 7$ soit $5x = 15$. Ainsi, $x = \frac{15}{5} = 3$ et l'antécédent de 7 par f est 3.

2 Dans un repère, la droite d est la représentation graphique de la fonction affine g définie par $g(x) = -1{,}5x + 4$.
a. Calculer $g(0)$ et $g(2)$.
b. En déduire les coordonnées de deux points E et F de d.
c. Placer les points E et F puis tracer la droite d.



a. $g(0) = 4$
$g(2) = -1{,}5 \times 2 + 4 = -3 + 4 = 1$
b. et **c.** On trace la droite qui passe par E(0 ; 4) et F(2 ; 1)

3 Dans le repère, tracer les droites représentatives d_1, d_2 et d_3 des fonctions affines respectives :
- $f : x \mapsto -0{,}5x$
- $g : x \mapsto 2$
- $h : x \mapsto \frac{1}{2}x - 2$



★★

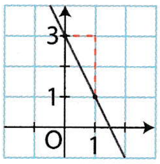
4 On note p la fonction qui, au nombre x choisi, associe le résultat obtenu avec ce programme.

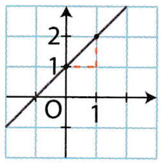
- Choisir un nombre réel.
- Ajouter 7.
- Multiplier par 3.

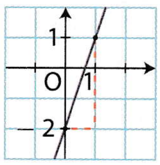
a. Exprimer $p(x)$ en fonction de x.
b. La fonction p est-elle affine ? Expliquer.
c. Calculer $p(-8)$ et $p(5)$.

a. $p(x) = 3(x + 7)$
b. $p(x) = 3x + 21$ donc p est une fonction affine.
c. $p(-8) = 3 \times (-8) + 21 = -24 + 21 = -3$
$p(5) = 3 \times 5 + 21 = 15 + 21 = 36$

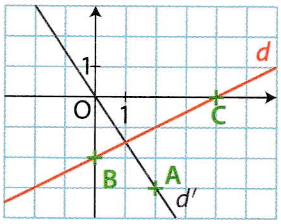
5 Lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite tracée dans ce repère puis indiquer la fonction affine qu'elle représente.

a.

$a = -2$; $b = 3$
$x \mapsto -2x + 3$

b.

$a = 1$; $b = 1$
$x \mapsto x + 1$

c.

$a = 3$; $b = -2$
$x \mapsto 3x - 2$

6 Dans ce repère, les droites d et d' représentent respectivement les fonctions affines f et g.
Donner les expressions des fonctions f et g.



- g est une fonction linéaire donc $g(x) = ax$.
Or d' passe par A(2 ; −3) donc $-3 = 2a$ et $a = -\frac{3}{2}$.
Ainsi, $g(x) = -\frac{3}{2}x$.
- $f(x) = ax + b$. Or, l'ordonnée à l'origine de d est −2 donc $b = -2$.
d passe par C(4 ; 0) donc $0 = 4a - 2$ et $a = \frac{1}{2}$.
Ainsi, $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$.